

Programação Linear – Modelo Dieta

Prof. Luís César da Silva
email: silvalc@cca.ufes.br

1. Introdução

Os problemas de Programação Linear - PL do tipo dieta aplicam a situações em que o tomador de decisão deseja minimizar ou maximizar uma determinada função objetivo em que as variáveis de decisão são fontes de um determinado constituinte e, ou, nutriente demandado em uma formulação. E essa formulação pode estar correlacionada a diferentes áreas de atuação. Desse modo, essa formulação pode ser uma refeição, um alimento ou um determinado tipo de adubo, argamassa, liga de aço ou gasolina.

Para exemplificar essa modalidade de modelo de PL é apresentado o seguinte exemplo para um cenário fictício:

Suponha uma dieta em que se deseja atender as necessidades diárias de ferro, vitamina C, potássio, fósforo e zinco utilizando porções de 100g das seguintes frutas: abacate, abacaxi, banana, goiaba, laranja e uva. É apresentado na Tabela 01 a composição e os preços das frutas, como também, a demanda diária de nutrientes por pessoa.

Pede-se formular um modelo de PL que atenda as necessidades diárias de nutrientes para um grupo de 100 pessoas ao menor custo.

Tabela 1 – Composição e preço das frutas; e necessidade diárias de minerais por pessoa

Frutas	Teores em porções de 100 g					
	Ferro (mg)	Vitamina C (mg)	Potássio (mg)	Fósforo (mg)	Zinco (mg)	Preço (R\$/kg)
Abacate	0,90	11,0	340	46	1,90	9,50
Abacaxi	0,40	27,0	210	10	0,28	6,20
Banana	0,70	11,0	333	27	0,26	5,00
Goiaba	0,70	2,8	169	26	0,01	8,20
Laranja	0,75	60,0	220	21	0,17	2,98
Uva	0,90	3,0	190	15	0,17	9,30
Necessidade diária de nutrientes (mg por pessoa)	15,00	90,00	2000,00	700,00	15,00	

Portanto a solução deve partir de um modelo de PL que responda quantos quilos de cada uma das frutas deverá ser comprado de tal forma a atender a necessidade de nutrientes para o grupo de 100 pessoas. Dessa forma, as variáveis de decisão devem ser:

- QABA - quantidade de abacate, kg;
- QAXI - quantidade de abacaxi, kg;
- QBAN - quantidade de banana, kg;
- QGOI - quantidade de goiaba, kg;
- QLAR - quantidade de laranja, kg; e
- QUVA - Quantidade de uva, kg.

Definidas as variáveis de decisão é possível descrever a função objetivo (Z), que nesse caso descreve matematicamente o valor a ser pago na aquisição de quilogramas de abacate, abacaxi, banana, goiaba, laranja e uva.

Portanto, basta multiplicar cada variável de decisão pelo preço do quilograma e somar essas parcelas. Desse modo, a função objetivo tem a seguinte configuração:

$$\text{Minimizar } Z = 9,50QABA + 6,20QAXI + 5,00QBAN + 8,20QGOI + 2,98QLAR + 9,30QUVA$$

O próximo passo é descrever matematicamente as restrições quanto ao atendimento das demandas de miligramas de ferro, vitamina C, potássio, fósforo e zinco, para o grupo de 100 pessoas.

Desse modo, para o mineral ferro a restrição será descrita da seguinte forma:

$$9,0QABA + 4,0QAXI + 7,0QBAN + 7,0QGOI + 7,5QLAR + 9,0QUVA \geq 1500$$

Em que, do lado esquerdo da inequação está descrito a quantidade de miligramas de ferro que são disponibilizadas por um quilograma de abacate, abacaxi, banana, goiaba, laranja e uva, respectivamente. E do lado direito a quantidade mínima de miligramas de ferro a ser disponibilizada ao grupo de 100 pessoas. Afirma-se ser mínimo uma vez que a restrição é do tipo *maior ou igual a* (\geq).

De forma semelhante, os miligramas demandados de vitamina C, potássio, fósforo e zinco são assim modelados:

$$110QABA + 270QAXI + 110QBAN + 28QGOI + 600QLAR + 30QUVA \geq 9000 \text{ ! mg de vitamina C}$$

$$3400QABA + 2100QAXI + 3330QBAN + 1690QGOI + 2200QLAR + 900QUVA \geq 200000 \text{ ! mg de potássio}$$

$$460QABA + 100QAXI + 270QBAN + 260QGOI + 210QLAR + 150QUVA \geq 70000 \text{ ! mg de fósforo}$$

$$19QABA + 2,8QAXI + 2,6QBAN + 0,1QGOI + 1,7QLAR + 1,7QUVA \geq 1500 \text{ ! mg de zinco}$$

2. Solução

Para rodar o modelo pode-se empregar, por exemplo, o programa LINDO™ ou o suplemento SOLVER disponibilizado pelo programa Microsoft Excel™.

Nas Figuras 01 e 02 são apresentadas a configuração do modelo e os resultados, respectivamente, ao utilizar o programa LINDO™. E na Figura 03 é mostrado o modelo e a solução empregando o suplemento SOLVER do Microsoft Excel™.

```

MAX G:\PL2009\DIETAN.LTX
? Variáveis de decisão
? QABA - quilogramas de abacate;
? QAXI - quilogramas de abacaxi;
? QBAN - quilogramas de banana;
? QGOI - quilogramas de goiaba;
? QLAR - quilogramas de laranja;
? QUVA - quilogramas de uva;

MIN 9.50QABA + 6.20QAXI + 5.00QBAN + 8.20QGOI + 2.98QLAR + 9.30QUVA ! Função objetivo R$

st

? Restrições

Fe) 9.00QABA + 4.00QAXI + 7.00QBAN + 7.00QGOI + 7.50QLAR + 9.00QUVA >= 1500 ! mg de ferro
UC) 110QABA + 270QAXI + 110QBAN + 280QGOI + 600QLAR + 30QUVA >= 9000 ! mg de vitamina C
K_) 3400QABA + 2100QAXI + 3330QBAN + 1690QGOI + 2200QLAR + 900QUVA >= 200000 ! mg de potássio
P_) 460QABA + 100QAXI + 270QBAN + 260QGOI + 210QLAR + 150QUVA >= 70000 ! mg de fósforo
Zn) 19QABA + 2.8QAXI + 2.6QBAN + 0.1QGOI + 1.7QLAR + 1.7QUVA >= 1500 ! mg de zinco

END
    
```

Figura 01 – Modelo estruturado utilizando o programa LINDO™.

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 1174.938

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
QABA	61.097256	0.000000
QAXI	0.000000	4.393653
QBAN	0.000000	1.087961
QGOI	0.000000	4.900555
QLAR	199.501251	0.000000
QUVA	0.000000	7.076921

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
FE)	546.134644	0.000000
UC)	117421.445312	0.000000
K_)	446633.406250	0.000000
P_)	0.000000	-0.012615
ZN)	0.000000	-0.194576

Figura 02 – Solução obtida utilizando o programa LINDO™.

	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1									
2	Variáveis de Decisão								
3		Quilogramas de:							
4		Abacate	Abacaxi	Banana	Goiaba	Laranja	Uva		
5	Coficientes na FO	9,5	6,2	5	8,2	2,98	9,3		
6	Valores das variáveis	61,0972568	0	0	0	199,5012	0		
7	Valor de Z (R\$)							1174,94	
8									
9									
10	Restrições							Ofertado	Requerido
11	Ferro (mg)	9	4	7	7	7,5	9	2046,13	1500
12	Vitamina C (mg)	110	270	110	28	600	30	126421,45	9000
13	Potássio (mg)	3400	2100	3330	1690	2200	900	646633,42	200000
14	Fósforo (mg)	460	100	270	260	210	150	70000,00	70000
15	Zinco (mg)	19	2,8	2,6	0,1	1,7	1,7	1500,00	1500
16									

Figura 03 – Modelo e solução empregando o suplemento SOLVER do Microsoft Excel™.

Conforme a solução apresentada na Figura 02 (e Figura 03) será necessário despende de R\$1.174,94 na compra de 61,10 kg de abacate e 199,50 kg de laranja para atender as 100 pessoas, sendo que cada pessoa deve consumir 611 gramas de abacate e aproximadamente 2,00 quilogramas de laranja.

Com relação ao atendimento das restrições, ao observar o relatório na parte inferior da Figura 02 observa-se que para ferro, vitamina C e potássio ocorreram superávit (*surplus*) de 546,13; 117.421,45 e 446.633,41 miligramas, respectivamente. Enquanto, para fósforo e zinco o valor ofertado coincidiu com o valor demandado. E na Figura 03 são claramente evidenciadas as quantidades de nutrientes ofertadas e as requeridas.

Assim, para cada pessoa é ofertado 20,46 mg de ferro, 1.264,21mg de vitamina C, 6.466,33 mg de potássio, 700 mg de fósforo e 15 mg de zinco.

Nota: É importante ressaltar que os resultados apresentados referem à solução de um exercício com fins acadêmico. Pois, por exemplo, não foram estabelecidas no modelo restrições que limitassem os níveis de oferta dos nutrientes, de tal forma, evitar intoxicação devido à ingestão em excesso de ferro, vitamina C, potássio, fósforo ou zinco.

3. Ponderações Finais

O cenário descrito é fictício e representa uma aplicação simples de programação linear empregando modelo tipo dieta com cinco variáveis de decisão e cinco restrições. No entanto, fundamentado no princípio apresentado e utilizando de informações associadas a sistemas reais, o usuário poderá construir modelos aplicados a tomada de decisão em atividades associadas ao planejamento, gerenciamento e avaliação de estruturas de produção nas diversas áreas de conhecimento.

4. Referências

LACHTERMACHER, G. **Pesquisa operacional na tomada de decisão: modelagem em Excel**. Editora Campus. 2002.

LAW, A. M. e KELTON, W. D. **Simulation modeling and analysis**. McGraw-Hill Inc., 2a ed. 1991. 759p.

PRADO, D. **Programação linear**. Editora de Desenvolvimento Gerencial. 2000.

WINSTON, W. L. **Operations research - applications and algorithms**. International Thomson Publishing. Belmont, California. 1994. 1312p.